**Rozkład materiału a wymagania podstawy programowej**

**dla III klasy czteroletniego liceum i pięcioletniego technikum. Zakres rozszerzony**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **TEMAT** | **LICZBA GODZIN LEKCYJNYCH** | **WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE Z PODSTAWY PROGRAMOWEJ**  |
| **WYRAŻENIA WYMIERNE**  |
| Wyrażenia wymierne | 3 | **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres podstawowy.Uczeń:1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $\left(a+b\right)^{2}, \left(a-b\right)^{2}, $$$a^{2 }-b^{2}, \left(a+b\right)^{3}, \left(a-b\right)^{3}, a^{3 }-b^{3}, a^{n }-b^{n};$$2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;4) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów, w przypadkach nie trudniejszych niż rozkład wielomianu $W(x) = 2x^{3} - \sqrt{3}x^{2} + 4x -2\sqrt{3}$;5) znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;6) dzieli wielomian jednej zmiennej $W(x) $przez dwumian postaci $x- a$;**II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres rozszerzony.Uczeń:1) znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych;3) korzysta ze wzorów na: *a3*+ *b3* , (*a* + *b)n* i (*a* − *b)n* . |
| Równania wymierne | 5 | **III. Równania i nierówności.** Zakres podstawowy.Uczeń:7) rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)}=0$ gdzie wielomiany *V* (*x*) i *W* (*x*) są zapisane w postaci iloczynowej. **III. Równania i nierówności.** Zakres rozszerzony.Uczeń:2) rozwiązuje równania i nierówności wymierne nie trudniejsze niż $\frac{x+1}{x(x-1)}+\frac{1}{x+1}\geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$ |
| Nierówności wymierne | 4 | **III. Równania i nierówności.** Zakres rozszerzony. Uczeń:1) rozwiązuje nierówności wielomianowe typu: $$W\left(x\right)> 0, W\left(x\right)\geq 0, W\left(x\right)< 0, W\left(x\right)\leq 0 $$dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;2) rozwiązuje równania i nierówności wymierne nie trudniejsze niż $\frac{x+1}{x(x-1)}+\frac{1}{x+1}\geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$ |
| Przekształcanie wyrażeń algebraicznych | 3 | **VI.\* Równania z jedną niewiadomą.** Uczeń:5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych(…) i fizycznych(…). |
| Hiperbola. Przesuwanie hiperboli | 4 | **V. Funkcje.** Zakres podstawowy.Uczeń:2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane12) na podstawie wykresu funkcji *y* = *f* (*x*) szkicuje wykresy funkcji $y =f \left(x-a\right), y =f \left(x\right)+b, y =- f \left(x\right), y=f (-x)$ ;13) posługuje się funkcją $f\left(x\right)=\frac{a}{x}$, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych; |
| Funkcje wymierne | 3 | **V. Funkcje.** Zakres podstawowy.Uczeń:12) na podstawie wykresu funkcji *y* = *f* (*x*) szkicuje wykresy funkcji $y =f \left(x-a\right), y =f \left(x\right)+b, y =- f \left(x\right), y=f (-x)$ ;13) posługuje się funkcją $f\left(x\right)=\frac{a}{x}$, w tym jej wykresem (…)**V. Funkcje.** Zakres rozszerzony.Uczeń:3) dowodzi monotoniczności funkcji zadanej wzorem, jak w przykładzie: wykaż, że funkcja $f\left(x\right)=\frac{x-1}{x+2 } $jest monotoniczna w przedziale (−∞, −2) . |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |   |
| **CIĄGI** |
| Przykłady ciągów | 2 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowy. Uczeń1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie (…)3) w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący; |
| Ciąg arytmetyczny | 3 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowy.Uczeń2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie (…)4) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;5) stosuje wzór na *n*-ty wyraz (…) ciągu arytmetycznego;7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.**Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy.Uczeń zna twierdzenie i jego dowód:6. Wzory na *n*-ty wyraz (…) ciągu arytmetycznego (…). |
| Suma wyrazów ciągu arytmetycznego | 3 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowy.Uczeń5) stosuje wzór na *n*-ty wyraz i na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.**Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy.Uczeń zna twierdzenie i jego dowód:6. Wzory (…) sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (…) |
| Ciąg geometryczny | 3 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowy.Uczeń2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie (…)4) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;6) stosuje wzór na *n*-ty wyraz (…) ciągu geometrycznego;7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.**Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy.Uczeń zna twierdzenie i jego dowód:6. Wzory na *n*-ty wyraz (…) ciągu (…) geometrycznego. |
| Suma wyrazów ciągu geometrycznego | 3 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowy.Uczeń6) stosuje wzór na *n*-ty wyraz i na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.**Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy.Uczeń zna twierdzenie i jego dowód:6. Wzory na *n*-ty wyraz i sumę *n* początkowych wyrazów ciągu (…) geometrycznego. |
| Procent prosty i procent składany | 4 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowy.Uczeń5) stosuje wzór (…) na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;6) stosuje wzór (…) na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym. |
| Granice ciągów | 2 | **VI. Ciągi**. Zakres rozszerzony.Uczeń1) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}, \sqrt[n]{a}$oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach; |
| Obliczanie granic | 4 | **VI. Ciągi**. Zakres rozszerzony.Uczeń1) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}, \sqrt[n]{a}$oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach; |
| Szereg geometryczny | 3 | **VI. Ciągi**. Zakres rozszerzony.Uczeń2) rozpoznaje zbieżne szeregi geometryczne i oblicza ich sumę. |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **PODOBIEŃSTWO FIGUR**  |
| Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa | 3 | **VIII. Planimetria**. Zakres podstawowy. Uczeń:7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa (…); |
| Wielokąty podobne | 3 | **VIII. Planimetria**. Zakres podstawowy.Uczeń:7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa (…);8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów; |
| Cechy podobieństwa trójkątów | 2 | **VIII. Planimetria**. Zakres podstawowy.Uczeń:7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa (…);8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów; |
| Cechy podobieństwa trójkątów (cd.) | 3 | **VIII. Planimetria**. Zakres podstawowy. Uczeń:7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa (…);8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;**Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy.Uczeń zna twierdzenie i jego dowód:8. Twierdzenie o odcinkach w trójkącie prostokątnym. Jeśli odcinek *CD* jest wysokością trójkąta prostokątnego *ABC* o kącie prostym *ACB*, to |*AD|* ⋅ |*BD|* = |*CD|2* , *|AC|2* = |*AB|* ⋅|*AD|* oraz |*BC|2* = |*AB|* ⋅ |*BD|* . |
| Pola ﬁgur podobnych | 2 | **VIII. Planimetria**. Zakres podstawowy.Uczeń:7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa (…);8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych; |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE** |
| Funkcje trygonometryczne kąta ostrego | 1 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy. Uczeń:1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180°, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°;2) znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora;3) znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeśli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej; |
| Kąty o miarach dodatnich i ujemnych | 1 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń:1) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie; |
| Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta | 2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń:3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; |
| Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy. Uczeń:4) korzysta z wzorów $sin^{2}α+cos^{2}α=1, tgα=\frac{sinα}{cosα}$; |
| Wykres funkcji *y* = sin *α* | 2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń:2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus(…);3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; |
| Wykres funkcji *y* = cos *α* | 2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń:2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: (…) cosinus, (…);3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; |
| Wykres funkcji *y* = tg *α* | 2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń:2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: (…) tangens;3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; |
| Wzory redukcyjne | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń:4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych; |
| Powtórzenie i sprawdzian | 2 |  |
| Miara łukowa kąta | 2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń:1) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie; |
| Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej | 2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń:1) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; |
| Funkcje o wzorach *y* = sin *ax*,*y* = *a* sin *x*... | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń:3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; |
| Równania i nierówności trygonometryczne | 5 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń:3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych;6) rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne o stopniu trudności nie większym niż w przykładach: 4 cos 2*x* cos 5*x* = 2 cos 7*x* +1 , 2 sin2 *x* ≤ 1 . |
| Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń:5) korzysta z wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje trygonometryczne kątów podwojonych;**Twierdzenia, dowody.** Zakres rozszerzony. Uczeń zna twierdzenie i jego dowód:4. Wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów. |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **GEOMETRIA ANALITYCZNA** |
| Punkty i odcinki w układzie współrzędnych | 3 | **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowy. Uczeń:3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;7) wyznacza obrazy (…) wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych).**X\*. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie.** Uczeń:4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek; |
| Równanie prostej | 3 | **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowy. Uczeń:1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje;2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu); |
| Równanie prostej (cd.) | 3 | **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowy. Uczeń:2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);5) oblicza odległość punktu od prostej; |
| Równanie okręgu | 4 | **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowy. Uczeń:4) posługuje się równaniem okręgu (*x* –*a*)2 +( *y* –*b*)2= *r2* ;**IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres rozszerzony. Uczeń:1) stosuje równanie okręgu w postaci ogólnej;2) znajduje punkty wspólne dwóch okręgów; |
| Interpretacja geometryczna układu równań | 4 | **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowy. Uczeń:6) znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;**IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres rozszerzony. Uczeń:2) znajduje punkty wspólne dwóch okręgów; |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **STEREOMETRIA** |
| Wielościany i inne figury przestrzenne | 4 | **X. Stereometria**. Zakres podstawowy. Uczeń:3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) (…) oblicza miary tych kątów;6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, (…), również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń; |
| Figury obrotowe i inne figury przestrzenne | 4 | **X. Stereometria**. Zakres podstawowy. Uczeń:4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami (…), oblicza miary tych kątów;6) oblicza objętości i pola powierzchni (…) walca,stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń; |
| Proste i płaszczyzny w przestrzeni | 4 | **X. Stereometria**. Zakres podstawowy. Uczeń:1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów;4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;**X. Stereometria**. Zakres rozszerzony. Uczeń:1) zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych;**Twierdzenia, dowody.** Zakres rozszerzony. Uczeń zna twierdzenie i jego dowód:8. Twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny. Dane są proste *k*, *l* i *m* leżące na jednej płaszczyźnie. Jeśli proste *k* i *l* przecinają się i prosta *n* jest do nich prostopadła, to prosta *n* jest także prostopadła do prostej *m*.9. Twierdzenie o trzech prostopadłych. Prosta *k* przecina płaszczyznę *P* i nie jest do niej prostopadła. Prosta *l* jest rzutem prostokątnym prostej *k* na płaszczyznę *P*. Prosta *m* leży na płaszczyźnie *P*. Wówczas proste *k* i *m* są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy proste *l* i *m* są prostopadłe. |
| Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów | 4 | **X. Stereometria**. Zakres podstawowy. Uczeń:5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;**X. Stereometria.** Zakres rozszerzony Uczeń: 2) wyznacza przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii. |
| Bryły podobne  | 4 | **X. Stereometria**. Zakres podstawowy. Uczeń:7) wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych. |
| Powtórzenie i praca klasowa | 3 |  |

**\*** Zagadnienia z podstawy programowej dla szkoły podstawowej dla klas VII-VIII

**\*\*** Zagadnienia z podstawy programowej dla szkoły podstawowej dla klas IV-VI

(…) Oznacza, że zapis z podstawy został skrócony – pominięte zostały te treści, które nie są realizowane przy danym zagadnieniu (zostały uwzględnione wcześniej, albo będą uzupełnione później)