**PLAN REALIZACJI MATERIAŁU NAUCZANIA MATEMATYKI W KLASIE III WRAZ Z PLANEM WYNIKOWYM**

**(ZAKRES ROZSZERZONY)**

Program nauczania: *Matematyka z plusem*
Liczba godzin nauki w tygodniu: 5

Planowana liczba godzin w ciągu roku: 150

**Podręczniki i książki pomocnicze Gdańskiego Wydawnictwa Oświatowego:**

*Matematyka z plusem 3. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

*Matematyka z plusem 3. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres rozszerzony,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

*Matematyka z plusem 3. Zbiór zadań,* M. Braun, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech, A. Wojaczek

*Matematyka z plusem 3. Ćwiczenia podstawowe,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

**ROZKŁAD MATERIAŁU DO KLASY III LO ROZSZERZENIE**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Liczba godzin |
| **Wyrażenia wymierne** | **21-25** |
| Wyrażenia wymierne | 2-3 |
| Równania wymierne | 4-5 |
| Nierówności wymierne | 4 |
| Przekształcanie wyrażeń algebraicznych | 3 |
| Hiperbola. Przesuwanie hiperboli | 3-4 |
| Funkcje wymierne | 2-3 |
| Powtórzenie i praca klasowa | 3 |
| **Ciągi** | **27-30** |
| Przykłady ciągów | 2 |
| Ciąg arytmetyczny | 3 |
| Suma wyrazów ciągu arytmetycznego | 2-3 |
| Ciąg geometryczny | 3 |
| Suma wyrazów ciągu geometrycznego | 2-3 |
| Procent prosty i procent składany | 4 |
| Granice ciągów | 2 |
| Obliczanie granic | 3-4 |
| Szereg geometryczny | 3 |
| Powtórzenie i praca klasowa | 3 |
| **Podobieństwo figur** | **13-16** |
| Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa | 2-3 |
| Wielokąty podobne | 2-3 |
| Cechy podobieństwa trójkątów | 2 |
| Cechy podobieństwa trójkątów (cd.) | 2-3 |
| Pola figur podobnych | 2 |
| Powtórzenie i praca klasowa | 3 |
| **Funkcje trygonometryczne** | **30-36** |
| Funkcje trygonometryczne kąta ostrego | 1 |
| Kąty o miarach dodatnich i ujemnych | 1 |
| Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta | 2 |
| Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi | 2-3 |
| Wykres funkcji *y* = sin α | 1-2 |
| Wykres funkcji *y* = cos α | 1-2 |
| Wykresy funkcji *y* = tg α | 1-2 |
| Wzory redukcyjne | 3 |
| Powtórzenie i sprawdzian | 2 |
| Miara łukowa kąta | 2 |
| Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej | 2 |
| Funkcje o wzorach *y* = *a*sin*x*, *y* = sin*ax* … | 2-3 |
| Równania i nierówności trygonometryczne | 4-5 |
| Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów | 3 |
| Powtórzenie i praca klasowa | 3 |
| **Geometria analityczna** | **17-20** |
| Punkty i odcinki w układzie współrzędnych | 3 |
| Równanie prostej | 2-3 |
| Równanie prostej (cd.) | 3 |
| Równanie okręgu | 3-4 |
| Interpretacja geometryczna układu równań | 3-4 |
| Powtórzenie i praca klasowa | 3 |
| **Stereometria** | **21-23** |
| Wielościany i inne figury przestrzenne | 3-4 |
| Figury obrotowe i inne figury przestrzenne | 4 |
| Proste i płaszczyzny w przestrzeni | 4 |
| Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów | 4 |
| Bryły podobne | 3-4 |
| Powtórzenie i praca klasowa | 3 |
| **RAZEM W CIĄGU ROKU** | **129-150** |

**PLAN REALIZACJI MATERIAŁU NAUCZANIA MATEMATYKI W KLASIE III WRAZ Z PLANEM WYNIKOWYM**

**(ZAKRES ROZSZERZONY)**

**Kategorie celów nauczania**:

A — zapamiętanie wiadomości

B — rozumienie wiadomości

C — stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych

D — stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych

**Poziomy wymagań edukacyjnych**:

K — konieczny — ocena dopuszczająca (2)

P— podstawowy — ocena dostateczna (3)

R — rozszerzający — ocena dobra (4)

D — dopełniający — ocena bardzo dobra (5)

W — wykraczający — ocena celująca (6)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **JEDNOSTKA TEMATYCZNA** | **LICZBA JEDNOSTEK LEKCYJNYCH** | **CELE KSZTAŁCENIA W UJĘCIU OPERACYJNYM WRAZ Z OKREŚLENIEM WYMAGAŃ** |
| podstawowe | ponadpodstawowe |
| **KATEGORIA A** Uczeń zna: | **KATEGORIA B**Uczeń rozumie: | **KATEGORIA C**Uczeń potraﬁ: | **KATEGORIA D**Uczeń potraﬁ: |
| **Wyrażenia wymierne - 25h** |
| Wyrażenia wymierne | 3 | *•* pojęcie wyrażenia wymiernego (K)*•* pojęcie dziedziny wyrażenia wymiernego (K) | *•* pojęcie wyrażenia wymiernego (K)*•* pojęcie dziedziny wyrażenia wymiernego (K) | *•* określić dziedzinę wyrażenia wymiernego (P–R)*•* podać przykłady wyrażeń wymiernych spełniających dane warunki (P–R)*•* uprościć wyrażenia wymierne (K–P)*•* dodać, odjąć, mnożyć wyrażenia wymierne (K–R)*•* dzielić wyrażenia wymierne (P–R) | *•* określić dziedzinę wyrażenia wymiernego oraz wykonać działania na wyrażeniach wymiernych (R–D)*•* określić, dla jakich wartości parametrów wyrażenia wymierne spełniają określone warunki (R–D)*•* rozwiązać zadania z zastosowaniem wyrażeń wymiernych (R–W) |
| Równania wymierne | 5 | *•* pojęcie równania wymiernego (K)*•* sposoby rozwiązywania równań wymiernych (K-P) | *•* pojęcie równania wymiernego (K)*•* sposoby rozwiązywania równań wymiernych (K–P) | *•* rozwiązać równania wymierne (K–R)*•* określić założenia, przy których dane równanie wymierne ma sens (K–R) | *•* rozwiązać równania wymierne (R–D)*•* rozwiązać zadania z zastosowaniem równań wymiernych (R–D) |
| Nierówności wymierne | 4 | *•* pojęcie nierówności wymiernej (K)*•* sposób rozwiązywania nierówności wymiernych (K-P) | *•* pojęcie nierówności wymiernej (K)*•* sposób rozwiązywania nierówności wymiernych (K-P) | *•* rozwiązać nierówności wymierne (K–R)*•* szkicować wykresy zmiany znaku wartości funkcji (K–R)*•* określić założenia, przy których nierówność ma sens (K–R)*•* określić dziedzinę nierówności (K–R) | *•* rozwiązać nierówności wymierne (R–D)*•* określić dziedzinę nierówności (R–D)*•* rozwiązać zadania z zastosowaniem nierówności wymiernych (R–D) |
| Przekształcanie wyrażeń algebraicznych | 3 |  |  | *•* przekształcić wzory tak, aby wyznaczyć wskazaną wielkość (K–R)• wykazać określone własności liczb (P–R)- | • wykazać podane własności liczb (R–D)-*•* określić wartości parametru, dla którego równanie spełnia dane warunki (R–D) |
| Hiperbola. Przesuwanie hiperboli | 4 | *•* pojęcie hiperboli (K)*•* pojęcie osi symetrii hiperboli (P)*•* pojęcie wierzchołków hiperboli (P)*•* zasady sporządzania wykresów funkcji: *y* = −*f* (*x*),*y* = *f* (*x* + *a*) + *b*, gdy dany jest wykres funkcji *y* = *f* (*x*) (P–D) | *•* pojęcie hiperboli (K)*•* położenie gałęzi hiperboli w zależności od znaku *a* (K)*•* pojęcie asymptot poziomej i pionowej wykresu funkcji *f* (*x*) = (K)*•* zasady sporządzania wykresów funkcji: *y* = −*f* (*x*), *y* = *f* (*x* + *a*) + *b*, gdy dany jest wykres funkcji *y* = *f* (*x*) (P–D)*•* pojęcie osi symetrii hiperboli (P)*•* pojęcie wierzchołków hiperboli (P) | *•* określić dziedzinę i sporządzać wykres funkcji - *f* (*x*) = (K)-$ f \left(x\right)=\frac{a}{x-p}+q,a\ne 0$ (P–R)*•* określić położenie gałęzi hiperboli w zależności od znaku *a* (K)*•* określić przedziały monotoniczności funkcji *f*(*x*) = (K)*•* dopasować wzór do wykresu funkcji *f*(*x*) = i odwrotnie (R)*•* określić wzór funkcji, która powstanie, gdy wykres funkcji *f* (*x*) =– odbijemy symetrycznie względem osi układu współrzędnych (P)– odbijemy symetrycznie względem początku układu współrzędnych (P)– przesuniemy równolegle o *a* jednostek w prawo lub w lewo i o *b* jednostek do góry lub w dół (P)*•* określić dziedzinę i sporządzać wykres funkcji $f \left(x\right)=\frac{a}{x-p}+q,a\ne 0$ (P)*•* określić równania asymptot i współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji$f \left(x\right)=\frac{a}{x-p}+q,a\ne 0$ z osiami układu współrzędnych (P)*•* określić przedziały monotoniczności i argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne (P) | *•* określić wartość parametru, dla którego funkcja*f* (*x*) = spełnia dane warunki (W)*•* określić wzory funkcji, których wykresami są hiperbole spełniające określone warunki (R–W)*•* obliczyć pole figury zawartej pomiędzy hiperbolą i danymi prostymi (R–D)*•* określić współrzędne wierzchołków hiperboli (R–D) |
| Funkcje wymierne | 3 | • definicję funkcji wymiernej (P)• wzory funkcji wymiernej w postaci ogólnej i w postaci kanonicznej (P–R) | • definicję funkcji wymiernej (P)• pojęcie asymptoty poziomej i pionowej wykresu funkcji wymiernej (P)• sposób przekształcania zapisu funkcji wymiernej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej i odwrotnie (P–R) | • podać przykłady funkcji wymiernych (P–R)• określić dziedzinę i sporządzać wykres funkcji wymiernej (P–R)• określić równania asymptot i współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji wymiernej z osiami układu współrzędnych (P–R)• określić przedziały monotoniczności funkcji wymiernej (P–R)• określić argumenty, dla których funkcja wymierna przyjmuje wartości dodatnie, ujemne (P–R)• podać wzór funkcji wymiernej na podstawie jej wykresu (P–R)• dopasować wzory funkcji do ich wykresów (P–R)•dowieźć monotoniczności funkcji zadanej wzorem w postaci ogólnej (P) | • określić, dla jakiej wartości parametru funkcja wymierna spełnia określone warunki (R–W)• podać przykłady wzorów funkcji wymiernych spełniających określone warunki (R–D)• określić własności funkcji wymiernych (R–D)• sporządzić wykres funkcji wymiernej y = f (x), a następnie, korzystając z jej wykresu, szkicować wykresy funkcji y = |f (x)|, (R–D) • znaleźć współrzędne punktów przecięcia wykresów funkcji wymiernych (R–D)  |
| Powtórzenie wiadomości | 1 |  |  |  |  |
| Praca klasowa i jej omówienie | 2 |  |  |  |  |
| **Ciągi – 30h** |
| Przykłady ciągów | 2 | *•* pojęcia: ciąg, wyrazy ciągu (K)*•* pojęcia: ciąg skończony, ciąg nieskończony (K)*•* pojęcie ciągu liczbowego(K)*•* pojęcie wzoru ogólnego ciągu (K–P)*•* pojęcie wzoru rekurencyj­nego ciągu (K–P)*•* pojęcia: monotoniczność ciągu, ciąg malejący, ciąg rosnący, ciąg stały (K) | *•* pojęcia: ciąg, wyrazy ciągu (K) *•* pojęcia: ciąg skończony, ciąg nieskończony (K) *•* pojęcie ciągu liczbowego(K) *•* sposób określania ciągu za pomocą wzoru ogólnego (K–P) *•* sposób określania ciągu za pomocą wzoru rekurencyjnego (P–R) *•* pojęcia: ciąg malejący, ciąg rosnący, ciąg stały (K) | *•* zapisać dowolne wyrazy ciągów na podstawie ich wzorów ogólnych (K–P) *•* zapisać dowolne wyrazy ciągów na podstawie ich wzorów rekurencyjnych (K–P) *•* podać przykłady ciągów (K–P) *•* określić monotoniczność ciągu na podstawie wzoru ogólnego (P–R) *•* określić monotoniczność ciągu na podstawie wzoru rekurencyjnego (P–R) *•* określić ciąg za pomocą wzoru ogólnego (P–D) *•* określić ciąg za pomocą wzoru rekurencyjnego (P)  | *•* obliczyć sumę *k* początkowych wyrazów ciągu na podstawie jego wzoru ogólnego (R–D) *•* obliczyć kolejne wyrazy ciągu oraz określać ogólny wzór ciągu na podstawie danego wzoru na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu (P–R) *•* znaleźć wzór ogólny ciągu określonego rekurencyjnie (R-W)  |
| Ciąg arytmetyczny | 3 | *•* pojęcia: ciąg arytmetyczny, różnica ciągu arytmetycznego (K) *•* wzór ogólny ciągu arytmetycznego (K)  | *•* pojęcia: ciąg arytmetyczny, różnica ciągu arytmetycznego (K) *•* wzór ogólny ciągu arytme­tycznego (K)  | *•* obliczyć różnicę i kolejne wyrazy danego ciągu arytmetycznego (K) *•* obliczyć dowolne wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jeden wyraz i różnica ciągu lub dwa dowolne wyrazy tego ciągu (K–R) *•* sprawdzić, czy podany ciąg jest ciągiem arytmetycznym (K–P) *•* podać przykłady ciągów arytmetycznych spełniających dane warunki (K–P) *•* zapisać wzory ciągów arytmetycznych (P–R) *•* zapisać wzory ogólne ciągów arytmetycznych określonych rekurencyjnie i odwrotnie (P–R) *•* sprawdzić, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu arytmetycznego (P–R) *•* ustalić, ile wyrazów ma podany ciąg arytmetyczny (P–R)  | *•* określić wartości parametru, dla którego podane wyrażenia są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego (R) *•* rozwiązać zadania dotyczące ciągu arytmetycznego (R–D)  |
| Suma wyrazów ciągu arytmetycznego | 3 | *•* wzór na sumę *n*początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (K)  | *•* wzór na sumę *n*początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (K)  | *•* obliczyć sumę kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego (K–R) *•* obliczyć różnicę oraz pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego, gdy dana są dowolny wyraz i suma kolejnych wyrazów tego ciągu(K–R)  | *•* rozwiązać równania, których jedna strona jest sumą wyrazów ciągu arytmetycznego (R–D) *•* rozwiązać zadania dotyczące ciągu arytmetycznego (R–D)  |
| Ciąg geometryczny | 3 | *•* pojęcia: ciąg geometryczny, iloraz ciągu geometrycznego (K) *•* wzór ogólny ciągu geome­trycznego (K) *•* pojęcie średniej geome­trycznej dwóch liczb nie­ujemnych (P) *•* warunki od jakich zależy kiedy ciąg geometryczny jest rosnący a kiedy malejący (P) | *•* pojęcia: ciąg geometryczny, iloraz ciągu geometrycz­nego (K) *•* wzór ogólny ciągu geome­trycznego (K) *•* pojęcie średniej geome­trycznej dwóch liczb nie­ujemnych (P)  | *•* obliczyć ilorazy oraz kolejne wyrazy danych ciągów geometrycznych (K–P) *•* sprawdzić, czy podany ciąg jest ciągiem geometrycznym (K–P) *•* zapisać dowolne wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dany jest: – iloraz i dowolny wyraz tego ciągu (P)– dwa dowolne wyrazy ciągu geometrycznego (K–R) *•* sprawdzić, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu geometrycznego (P–R) *•* określić monotoniczność ciągów geometrycznych (R) *•* zapisać wzory ogólne ciągów geometrycznych określonych rekurencyjnie i odwrotnie (P–D)  | *•* obliczyć wartości zmiennych, które wraz z danymi liczbami tworzą ciąg geometryczny (R–D) *•* rozwiązać zadania dotyczące ciągów geometrycznych (R–W)  |
| Suma wyrazów ciągu geometrycznego | 3 | *•* wzór na sumę *n*początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (K)  | *•* wzór na sumę *n*początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (K) | *•* obliczyć sumę wyrazów ciągu geometrycznego (P–R) | *•* rozwiązać zadania dotyczące sum ciągów geometrycznych (R–W)  |
| Procent prosty i procent składany | 4 | *•* pojęcia: procent prosty, procent składany (P) *•* wzory na obliczanie procentu prostego i procentu składanego (P) | *•* pojęcia: procent prosty, procent składany (P) *•* wzory na obliczanie procentu prostego i procentu składanego (P) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem procentu prostego i składanego (P–R)  | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem procentu prostego i składanego (R–D)  |
| Granice ciągów | 2 | • definicję granicy ciągu (P)• pojęcia: ciąg zbieżny, ciąg rozbieżny, ciąg rozbieżny do +∞, ciąg rozbieżny do –∞ (P)• warunek zbieżności i  rozbieżności ciągu geometrycznego (P)  | • definicję granicy ciągu (P)• pojęcia: ciąg zbieżny, ciąg rozbieżny, ciąg rozbieżny do +∞, ciąg rozbieżny do –∞ (P)• warunek zbieżności i rozbieżności ciągu geometrycznego (P)  | • obliczyć granice niektórych ciągów (P-D)• podać przykłady ciągów zbieżnych oraz rozbieżnych (P) • określić zbieżność oraz rozbieżność ciągu na podstawie jego wykresu (P-D) | • na podstawie wzoru ogólnego określić zbieżność oraz rozbieżność ciągu (R-D)  |
| Obliczanie granic | 4 | • własności granic ciągów (P)• własności granic ciągów rozbieżnych (P)• symbole nieoznaczone (P)*•* twierdzenie o trzech ciągach (P) | • własności granic ciągów (P)• własności granic ciągów rozbieżnych (P) | • obliczyć granice ciągów z wykorzystaniem własności granic (P-R) | • obliczyć granice ciągów z wykorzystaniem własności granic (R-D)• określić wartość parametru, dla którego granica danego ciągu spełnia określone warunki (R-D) |
| Szereg geometryczny | 3 | • pojęcie szeregu geometrycznego (P)• wzór na sumę wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o ilorazie |*q*| < 1 (P)  | • pojęcie szeregu geometrycznego (P)• wzór na sumę wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o ilorazie |*q*| < 1 (P)  | • obliczyć sumy szeregów geometrycznych (P-R)• rozwiązać równania, którego lewą stroną jest szereg geometryczny (P-R) | • rozwiązać zadania z zastosowaniem obliczania sum szeregów geometrycznych (R–W)• rozwiązać równania z zastosowaniem obliczania sum szeregów geometrycznych (R-D) |
| Powtórzenie wiadomości | 1 |  |  |  |  |
| Praca klasowa i jej omówienie | 2 |  |  |  |  |
| **Podobieństwo figur – 16 h** |
| Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa | 3 | *•* twierdzenie Talesa (K)*•* twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa (K) | *•* twierdzenie Talesa (K)*•* twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa (K) | *•* stosować twierdzenie Talesa oraz twierdzenie do niego odwrotne w zadaniach rachunkowych (P–R) *•* stosować twierdzenie Talesa w zadaniach konstrukcyjnych (P–R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia do niego odwrotnego (R–D) |
| Wielokąty podobne | 3 | *•* pojęcie ﬁgur podobnych (K) *•* pojęcie skali podobieństwa (K) *•* własności ﬁgur podobnych (K) | *•* pojęcie ﬁgur podobnych (K) *•* pojęcie skali podobieństwa (K) *•* własności ﬁgur podobnych (K)  | *•* rozpoznać ﬁgury podobne (K–P) *•* znaleźć długości boków wielokątów podobnych, gdy dana jest skala podobieństwa i odwrotnie (R)  | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem własności podobieństwa (R–D)  |
| Cechy podobieństwa trójkątów | 2 | *•* cechy podobieństwa trójkątów (K)  | *•* cechy podobieństwa trójkątów (K) | *•* rozpoznać trójkąty podobne (K–P) *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (K–R)  | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (R–D) |
| Cechy podobieństwa trójkątów (cd.) | 3 |  |  | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (K–R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (R–D) |
| Pola ﬁgur podobnych | 2 | *•* zależność między stosunkiem pól ﬁgur podobnych a skalą podobieństwa (K)  | *•* zależność między stosunkiem pól ﬁgur podobnych a skalą podobieństwa (K)  | *•* obliczyć pola ﬁgur podobnych (P–R) *•* obliczyć skalę podobieństwa, gdy dane są pola ﬁgur podobnych (P–R)  | *•* rozwiązać zadania dotyczące pól ﬁgur podobnych (R–D)  |
| Powtórzenie wiadomości | 1 |  |  |  |  |
| Praca klasowa i jej omówienie | 2 |  |  |  |  |
| **Funkcje trygonometryczne – 36 h** |
| Funkcje trygonome-tryczne kąta ostrego | 1 | *•* definicje funkcji trygonome-trycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K) *•* wartości funkcji trygonome-trycznych kątów o miarach 30°, 45º, 60º(K) | *•* pojęcia: funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K)  | *•* rozwiązać trójkąty prostokątne (P-R) *•* korzystać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych (K)  | *•* rozwiązać zadania stosując wiadomości o funkcjach trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (R–D)*•* porządkować kąty ostre, znając wartości ich funkcji trygonometrycznych i odwrotnie (R–D) |
| Kąty o miarach dodatnich i ujemnych | 1 | *•* pojęcia: kąt o mierze dodatniej, kąt o mierze ujemnej (K) *•* pojęcie kąta umieszczonego w układzie współrzędnych (K)  | *•* pojęcia: kąt o mierze dodatniej, kąt o mierze ujemnej (K) *•* pojęcie kąta umieszczonego w układzie współrzędnych (K)  | *•* zaznaczyć w układzie współrzędnych kąty o podanych miarach (K-P) *•* ustalić, w której ćwiartce układu współrzędnych leży drugie ramię kąta o podanej mierze (K–P)  | *•* podać przykłady kątów spełniających określone warunki (R)  |
| Funkcje trygonome-tryczne dowolnego kąta | 2 | *•* deﬁnicje funkcji trygonome-trycznych dowolnego kąta (K) *•* znaki wartości funkcji trygonome-trycznych kątów z poszczególnych ćwiartek układu współrzędnych (K) *•* zależności: sin(*α* + *k·*360⁰) = sin *α*cos(*α* + *k·*360⁰) = cos *α*tg(*α* + *k·*180⁰) = tg *α*  (P) | *•* deﬁnicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta (K)  | *•* obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na końcowym ramieniu kąta (K–P) *•* ustalić znaki wartości funkcji trygonometrycznych kątów z poszczególnych ćwiartek układu współrzędnych (K) *•* określić, w której ćwiartce układu leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych kąta (K–P) *•* obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu *y* = *ax* (P) • narysować w układzie kąt, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych (K–P)  | *•* obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów dodatnich i ujemnych, wykorzystując deﬁnicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym oraz wartości funkcji trygonometrycznych kątów o  miarach 30⁰, 45⁰, 60⁰(P–D) *•* podać wszystkie kąty spełniające określone warunki, korzystając z deﬁnicji funkcji trygonometrycznych (R–D) *•* obliczyć wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów (R–D)  |
| Podstawowe związki między funkcjami trygonome-trycznymi | 3 | *•* związki między funkcjami trygonome-trycznymi tego samego kąta (tożsamości trygonometryczne) (K)  | *•* związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta (K)  | *•* obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z  nich (K–R) *•* sprawdzić tożsamości trygonometryczne (P–D) *•* uprościć wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne (P–D) *•* ustalić najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierającego funkcje trygonometryczne (P–D) | *•* rozwiązać zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne (R–D)  |
| Wykres funkcji *y* = sin *α* | 2 | *•* sposób sporządzania wykresu funkcji *y* = sin *α* (P) *•* własności funkcji *y* = sin *α* (K) *•* wzory: sin *α* = sin (*α* + *k·*360º) sin *α* = sin (180º− *α*) sin (−*α*) = − sin *α* (P)  | *•* własności funkcji *y* = sin *α* (K) *•* wzory: sin *α* = sin (*α* + *k·*360º) sin *α* = sin (180º− *α*) sin (−*α*) = − sin *α* (P)  | *•* naszkicować wykres funkcji *y* = sin *α* (K) *•* odczytać z wykresu własności funkcji *y* = sin *α* (K–P)*•* ustalić znak, obliczyć i porównać wartości funkcji sinus dla podanego kąta, korzystając z sinusoidy (K–P)  | *•* znaleźć argumenty, dla których wartości funkcji sinus spełniają określone warunki (R–D)  |
| Wykres funkcji *y* = cos *α* | 2 | *•* związek cos *α* = sin (*α* +90º) (K) *•* sposoby sporządzania wykresu funkcji*y* = cos *α* (P) *•* własności funkcji *y* = cos *α* (K) *•* wzory: cos *α* = cos (*α +k·*360º), cos *α* = − cos (180º− *α*) cos (−*α*) = cos *α* (P)  | *•* związek cos *α* = sin (*α* +90º) (K) *•* sposoby sporządzania wykresu funkcji *y* = cos *α* (P) *•* własności funkcji *y*= cos *α* (K)  | *•* naszkicować wykres funkcji *y* =cos *α*, (K) *•* odczytać z wykresu własności funkcji *y* = cos *α* (K-R) *•* ustalić znak funkcji cosinus dla podanego kąta, korzystając z cosinusoidy (K–P) *•* obliczyć wartości funkcji cosinus dla podanych kątów, wykorzystując cosinusoidę (K–P) *•* porównać wartości i własności funkcji *y* = sin *α* i *y* = cos *α* (K–P)  | *•* znaleźć argumenty, dla których wartości funkcji cosinus spełniają określone warunki (R–D)  |
| Wykres funkcji *y* = tg *α* | 2 | *•* wykres funkcji *y* = tg *α* (K) *•* pojęcie asymptoty wykresu (P) *•* własności funkcji tangens(K) *•* związki:tg *α* = tg(*α* + 180º) tg(−*α*) = − tg(*α*) (P) *•* zasadę sporządzania wykresów funkcji: *y* = −*f* (*x*), *y* = *f* (*x* + *a*), gdy dany jest wykres funkcji *y* = *f* (*x*) (P)  | *•* pojęcie asymptoty wykresu (P) *•* własności funkcji tangens(K) *•* związki: tg *α* = tg(*α* + 180º)tg(−*α*) = − tg(*α*) (P) *•* zasadę sporządzania wy­kresów funkcji: *y* = −*f* (*x*), *y* = *f* (*x* + *a*), gdy dany jest wykres funkcji *y* = *f* (*x*) (P) | *•* narysować wykres funkcji *y* = tg *α*, (P) *•* odczytać własności funkcji *y* = tg *α* z wykresu (R) *•* korzystać z wzorów redukcyjnych (P–D)*•* porządkować wartości funkcji trygonometrycznych dla danego kąta (P–R)*•* obliczyć wartości funkcji tangens dla podanych kątów, wykorzystując tangensoidę (K–P)  | *•* ustalić argumenty, dla któ­rych wartości funkcji trygonometrycznych spełniają określone warunki (R–D)  |
| Wzory redukcyjne | 3 | *•* wzory na obliczanie wartości funkcji trygonome-trycznych dowolnego kąta znając ich wartość dla odpowiedniego kata ostrego (K) | *•* podstawowe wzory redukcyjne (K) | *•* ustalić wartości funkcji dowolnego kąta, wykorzystując tablice oraz wzory redukcyjne (K–R)*•* korzystać z tablic trygonometrycznych (K)*•* wyznaczyć argumenty, dla których funkcje trygonometryczne przyjmują określone wartości (P–R)  | *•* obliczyć wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów (R–D)*•* uzasadnić tożsamości (R–D) |
| Powtórzenie | 1 |  |  |  |  |
| Sprawdzian | 1 |  |  |  |  |
| Miara łukowa kąta | 2 | *•* deﬁnicję miary łukowej kąta środkowego (K) *•* jednostkę miary łukowej kąta (K) *•* zależność między miarą łukową a stopniową kąta (K)  | *•* deﬁnicję miary łukowej kąta środkowego (K) *•* jednostkę miary łukowej kąta (K) *•* zależność między miarą łukową a stopniową kąta (K)  | *•* obliczyć miarę łukową kąta środkowego (K–P) *•* rozwiązać zadania, stosując wzór na miarę łukową kąta środkowego (K–P) *•* zamienić miarę łukową kąta na miarę stopniową i odwrotnie (K–P)  | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej (R–D)  |
| Funkcje trygonome-tryczne zmiennej rzeczywistej | 2 | *•* własności funkcji trygonome-trycznych zmiennej rzeczywistej (P–D) *•* własności funkcji: okresowość, parzystość, nieparzystość (P–R)  | *•* własności funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej (P–D) *•* własności funkcji: okresowość, parzystość, nieparzystość (P–R)  | *•* narysować wykresy funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej i określić ich własności (P–D) *•* wyznaczyć argumenty, dla których funkcje trygonometryczne przyjmują określone wartości (P–R)*•* dopasować wzór do wykresu funkcji trygonometrycznej i odwrotnie (R)  | *•* określić własności funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej (okresowość, parzystość, nieparzystość) (R) *•* wyznaczyć argumenty, dla których wartości funkcji spełniają dane warunki (R–D)*•* określić wartość parametru, dla którego funkcjatrygonometryczna spełnia dane warunki (R–D)*•* rysować wykresy funkcji opisanych przy pomocy dwóch wzorów (R–D) |
| Funkcje *y* = sin a*x*,*y* = *a* sin *x* ... | 3 | *•* zasady sporządzania wykresów funkcji *y* = sin *ax*, *y* = *a* sin *x*  (P–R)  | *•* zasady sporządzania wykresów funkcji*y* =sin *ax*, *y* = *a* sin *x* ... (P–R)  | *•* narysować wykresy funkcji *y* = sin *ax*, *y* = *a* sin *x* ... (P–R) *•* odczytać własności funkcji *y* = sin *ax*, *y* = *a* sin *x…* , korzystając z ich wykresów (R–D)  | *•* określić wzory funkcji typu*y* = sin *ax*, *y* = *a* sin *x* ... spełniających określone warunki (R–D) *•* narysować wykresy funkcji *y* = sin *ax*, *y* = *a* sin *x* ... i określić ich własności (R–W) |
| Równania i nierówności trygonome-tryczne | 5 | *•* sposoby rozwiązywania równań i  nierówności try­gonometrycznych (P–D) *•* sposoby zapisywania rozwiązań (P–R) *•* niektóre wzory trygonome­tryczne (D)  | *•* sposoby wykorzystania wykresów funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania równań i nierówności (P–R) *•* sposoby rozwiązywania równań i nierówności trygonometrycznych (P–D)  | *•* rozwiązać równania trygonometryczne postaci sin *x*= *a*, cos *x* = *a*, tg *x* = *a*, (P–R)*•* rozwiązać proste nierówności trygonometryczne, np. sin *x* ≥ *a* (P–D)  | *•* rozwiązać trudniejsze równania i nierówności trygonometryczne np. sin 2*x* = $\frac{1}{2}$, sin 2 *x* +cos *x* =1, cos 2*x* < $\frac{1}{2}$ (R–W) |
| Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów | 3 | *•* wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów (K)*•* wzory na sinus, cosinus i tangens podwojonego kąta (P) | *•* przydatność wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów do wyznaczania dokładnych wartości funkcji trygonometrycznych nietypowych kątów np. 75⁰ *•* przydatność wzorów na sinus, cosinus i tangens podwojonego kąta w rozwiązywaniu równań trygonometrycznych | *•* zastosować wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów do wyznaczania dokładnych wartości funkcji trygonometrycznych nietypowych kątów (P–R)*•* rozwiązać proste równania i nierówności trygonometryczne, stosując wzory na sinus, cosinus i tangens podwojonego kąta (P–R) | *•* rozwiązać trudniejsze równania i nierówności trygonometryczne, stosując wzory na sinus i cosinus podwojonego kąta (R–D)*•* udowodnić tożsamości (R–D)  |
| Powtórzenie  | 1 |  |  |  |  |
| Praca klasowa i jej omówienie | 2 |  |  |  |  |
| **Geometria analityczna – 20 h** |
| Punkty i odcinki w układzie współrzędnych | 3 | *•* wzór na odległość punktów na płaszczyźnie (wzór na długość odcinka) (K)*•* wzór na wyznaczenie współrzędnych środka odcinka (K)• zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi układu współrzędnych (K) • zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem początku układu współrzędnych (K)  | *•* wzór na odległość punktów na płaszczyźnie (wzór na długość odcinka) (K)*•* wzór na wyznaczenie współrzędnych środka odcinka (K)• zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi układu współrzędnych (K) • zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem początku układu współrzędnych (K)  | *•* obliczyć odległość punktów na płaszczyźnie (długość odcinka) (K) *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem obliczeń długości odcinka (P–R)• wyznaczyć współrzędne środka odcinka (K–P)• wyznaczyć współrzędne jednego z końców odcinka znając współrzędne drugiego końca oraz jego środka (P–R)• wyznaczyć współrzędne punktów symetrycznych do danych punktów względem osi lub początku układu współrzędnych (K) • wyznaczyć współrzędne obrazów danych punktów w symetrii względem prostej równoległej do osi x oraz osi y (P) • wyznaczyć równanie prostej, względem której dane punkty są symetryczne (P) • wyznaczyć środek symetrii ﬁgury złożonej z dwóch punktów (K–P) | • rozwiązać zadania, wykorzystując wzory na długość odcinka oraz jego środek (R)• rozwiązać zadania, korzystając z zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi lub początku układu współrzędnych (R)  |
| Równanie prostej | 3 | *•* pojęcia: ogólne równanie prostej, kierunkowe równanie prostej (K) *•* pojęcie współczynnika kierunkowego prostej (K) *•* związek między tangensem kąta nachylenia prostej *y*= *ax* + *b* do osi *x* a  jej współczynnikiem kierunkowym (P) *•* warunek równoległości prostych (K) *•* warunek prostopadłości prostych (P)  | *•* pojęcia: ogólne równanie prostej, kierunkowe równa­nie prostej (K) *•* pojęcie współczynnika kierunkowego prostej (K) *•* związek między tangen­sem kąta nachylenia pro­stej *y* = *ax* + *b* do osi *x* a jej współczynnikiem kierunkowym (P) *•* interpretację geometryczną układu dwóch równań liniowych (P)  | *•* przekształcić ogólne równanie prostej na równanie kierunkowe i odwrotnie (K) *•* obliczyć współrzędne punktów przecięcia danej prostej z osiami układu (K) *•* znaleźć równanie prostej: – przechodzącej przez dwa dane punkty (K–P)– przechodzącej przez dany punkt i równoległej do danej prostej (K–P)– przechodzącej przez dany punkt i prostopadłej do danej prostej (P–R) *•* sprawdzić, czy dane trzy punkty są współliniowe (P)  | *•* obliczyć miarę kąta, pod jakim przecinają się proste o danych równaniach (R–D) *•* rozwiązać zadania dotyczące równania prostej (R–W)  |
| Równanie prostej (cd.) | 3 | *•* wzór na odległość między prostymi równoległymi (K)*•* wzór na odległość punktu od prostej (K) | *•* wzór na odległość między prostymi równoległymi (K)*•* wzór na odległość punktu od prostej (K) | *•* znaleźć równanie prostej: – przechodzącej przez dany punkt i równoległej do prostej przechodzącej przez dane dwa inne punkty (P–R)– przechodzącej przez dany punkt i prostopadłej do prostej przechodzącej przez dane dwa inne punkty (P–R) *•* obliczyć odległość miedzy prostymi równoległymi (P)*•* obliczyć odległość punktu od prostej (P)*•* obliczyć pole trójkąta, znając współrzędne jego wierzchołków (P–R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem równań prostych (R–D) |
| Równanie okręgu | 4 | *•* równanie okręgu w postaci:-kanonicznej (K) - ogólnej (P)*•* warunek koła (R) *•* interpretację geometryczną zbioru punktów, których współrzędne spełniają określone warunki (R) | *•* równanie okręgu (R) *•* warunek koła (R) *•* interpretację geometryczną zbioru punktów, których współrzędne spełniają określone warunki (R)  | *•* wyznaczyć równanie okręgu o danym środku i promieniu (P)• określić położenie punktu względem okręgu o danym równaniu (K–P)*•* rozwiązać zadania dot. okręgu (P–R)• określić wzajemne położenie okręgów znając ich równania (P–R)*•* przekształcić równanie okręgu z postaci kanonicznej na postać ogólną (P–R) | *•* zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają określone warunki i opisywać zaznaczone zbiory punktów (R–D) *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem równania okręgu i nierówności koła (R–D) *•* wyznaczyć równanie stycznej do okręgu o danym równaniu (R–D) |
| Interpretacja geometryczna układu równań | 4 | *•* interpretację geometryczną układów równań (K–P)*•* interpretację geometryczną nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi oraz układów takich nierówności (R–D) | *•* interpretację geometryczną układów równań (K–P)*•* interpretację geometryczną nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi oraz układów takich nierówności (R–D) | • ustalić liczbę rozwiązań układu równań korzystając z jego interpretacji geometrycznej (K–P)*•* wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych: – prostych i okręgów (K–P) –dwóch okręgów, okręgu i paraboli (P–D)  | *•* opisać za pomocą nierówności lub układu nierówności zaznaczony zbiór punktów (R)*•* określić wartość parametru, dla którego parabola, okrąg, prosta spełnia dane warunki (R–D)*•* wyznaczyć równania okręgów spełniających określone warunki (R–D) *•* wyznaczyć równania stycznych do danych okręgów spełniających określone warunki (R–D) *•* rozwiązać zadania dotyczące okręgów, elipsy (D–W) |
| Powtórzenie wiadomości | 1 |  |  |  |  |
| Praca klasowa i jej omówienie | 2 |  |  |  |  |
| **Stereometria – 23 h** |
| Wielościany i inne figury przestrzenne | 4 | *•* pojęcie figury wypukłej (K)*•* pojęcie czworościanu (K)*•* pojęcie wielościanu foremnego (P)*•* reguły rysowania rzutów brył (K)*•* wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości graniastosłupa (K)*•* wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości ostrosłupa (K) | *•* pojęcie figury wypukłej (K)*•* pojęcia: graniastosłup, ostrosłup (K)*•* pojęcie czworościanu (K)*•* reguły rysowania rzutów brył (K) | *•* rysować rzuty graniastosłupów i ostrosłupów (K)*•* wyznaczyć długości odcinków w graniastosłupach i ostrosłupach, korzystając z twierdzenia Pitagorasa oraz funkcji trygonometrycznych kąta w trójkącie prostokątnym (K–R)*•* obliczyć pola powierzchni i objętości graniastosłupów (K–R)*•* obliczyć pola powierzchni i objętości ostrosłupów (K–R)*•* obliczyć pola powierzchni i objętości wielościanów powstałych w wyniku doklejenia lub odcięcia od graniastosłupa (ostrosłupa) innego graniastosłupa lub ostrosłupa (P–D)*•* obliczyć pola powierzchni i objętości wielościanów foremnych (P–R)*•* obliczyć długości odcinków w wielościanach foremnych (P–R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem obliczania pól powierzchni i objętości wielościanów (R–W)• wyznaczyć długości odcinków w wielościanach foremnych (P–D)  |
| Figury obrotowe i inne figury przestrzenne | 4 |  *•* wzory na obliczanie pól powierzchni i objętości walca, stożka i kuli (K) | • pojęcie bryły obrotowej (P) | *•* narysować rzuty walca, stożka i kuli (K)*•* obliczyć pole i objętość brył obrotowych (K) | *•* rozwiązać zadania na obliczanie pól powierzchni i objętości brył wpisanych w walec(stożek lub kulę) oraz opisanych na walcu (stożku lub kuli) (R–W)*•* rozwiązać zadania na obliczanie pól powierzchni i objętości brył obrotowych wpisanych w graniastosłup (ostrosłup) i opisanych na graniastosłupie (ostrosłupie) (R–W) |
| Proste i płaszczyzny w przestrzeni | 4 | *•* pojęcia: proste równoległe w  przestrzeni, proste prostopadłe w przestrzeni, proste skośne (K) *•* pojęcie prostej prostopadłej do płaszczyzny (K) *•* pojęcia: kąt dwuścienny, kąt między prostą a płaszczyzną (K) *•* twierdzenie o trzech prostych prostopadłych (P) | *•* różnicę pomiędzy prostymi prostopadłymi w przestrzeni a prostymi skośnymi (P)  | *•* wskazać kąty między odcinkami oraz kąty między odcinkami i ścianami w graniastosłupach i ostrosłupach (K–P) *•* wskazać kąty między ścianami graniastosłupów i ostrosłupów (P–D) *•* wyznaczyć miary kątów między- odcinkami (K–P)- odcinkami i ścianami (P–R)- ścianami (R) graniastosłupów i ostrosłupów • obliczyć pole powierzchni i objętość graniastosłupa lub ostrosłupa na podstawie:- rysunku (K–P)- opisu (P–R) | *•* rozwiązać zadania z wykorzystaniem obliczania miar kątów między odcinkami, miar kątów między odcinkami i ścianami oraz między ścianami graniastosłupów i ostrosłupów (R–W) *•* uzasadnić wskazane tezy (R–D) |
| Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów | 4 | *•* definicję przekroju bryły (P) | *•* pojęcie przekroju prostopadłościanu (P) | *•* narysować przekrój prostopadłościanu płaszczyzną przechodzącą przez dane odcinki, punkty (K–P)*•* obliczyć pole przekroju zaznaczonego na rzucie prostopadłościanu (K–R)*•* obliczyć pole przekroju, którego odcinki zaznaczone są na siatce prostopadłościanu (R–D)*•* narysować przekrój ostrosłupa płaszczyzną przechodzącą przez dane odcinki, punkty (K–P)*•* obliczyć pole (obwód) przekroju zaznaczonego na rzucie ostrosłupa (K–R) | *•* wyznaczyć i obliczyć pole przekroju prostopadłościanu (R–D)*•* wyznaczyć i obliczyć pole przekroju ostrosłupa (R–D) |
| Bryły podobne  | 4 | *•* zależność między stosunkiem objętości brył podobnych a skalą podobieństwa (K) |  | *•* obliczyć pole i objętość brył podobnych (K)*•* obliczyć pole i objętość brył powstałych poprzez odcięcie ich części (P–R) | *•* obliczyć objętość brył powstałych ze sklejenia ze sobą części stożków i walców, oraz w wyniku wycięcia walców z części stożków (R–D)*•* uzasadnić wskazane tezy (R–D)  |
| Powtórzenie wiadomości | 1 |  |  |  |  |
| Praca klasowa i jej omówienie | 2 |  |  |  |  |